

Die neue Theorie Einsteins über die Verschmelzung von Gravitation und Elektrizität.

Von Prof. Dr. HANS REICHENBACH, Berlin.

(Eingeg. 22. Januar 1928.)

Inhalt: Die neue Theorie Einsteins geht auf die Weyl-Eddingtonsche Verallgemeinerung des Riemannschen Raumes zurück, welche in ihren geometrischen Grundzügen geschildert wird. Durch die Zusammenfassung von Gravitation und Elektrizität in ein einheitliches Feld wird eine physikalische Verkettung beider behauptet, die in ihren Folgen und ihrer Wirklichkeitsgeltung jedoch noch nicht zu übersehen ist.

Im Jahre 1915 hatte Einstein seine allgemeine Relativitätstheorie entwickelt; einige Jahre später fügte er noch eine Ergänzung hinzu, die der Gestalt des Welt- raumes im großen, dem sogenannten kosmologischen Problem, galt und auf die Endlichkeit des Raumes führte. Damals schien es, als ob die Relativitätstheorie abgeschlossen sei; einige experimentelle Prüfungen standen damals noch aus, die inzwischen erfolgt sind — aber der große theoretische Rahmen schien vollendet. War doch gerade die innere Geschlossenheit der Theorie ihre hervorragendste Eigenschaft, und es schien fast unmöglich, ein weiteres Stockwerk diesem abgerundeten Bau noch aufzusetzen, ohne daß damit das Ganze seine Folgerichtigkeit und seine Überzeugungskraft verlöre. Und doch haben gerade die führenden Theoretiker, vor allem Einstein selbst, sich bei dem damaligen Stand nicht beruhigt.

Mit der Relativitätstheorie war eine Theorie geschaffen worden, die die Probleme von Raum und Zeit mit denen der Gravitation zusammenfaßte, so daß in ihr Raum-Zeit-Geometrie und Mechanik verschmolzen; damit war zwar etwa die eine Hälfte der Physik, nicht aber die ganze Physik erfaßt worden, denn daneben stand noch der Kreis der elektrischen Erscheinungen, die durch die Gesetzmäßigkeiten der Relativitätstheorie nicht begriffen werden konnten. Es gab eben zweierlei: das raum-zeitliche Feld, auch Gravitationsfeld oder metrisches Feld genannt, und das elektrische Feld; alles Reale in der Welt war als Überlagerung dieser beiden Felder zu denken, die jedoch selbst von ganz getrennter Natur waren und ihre besonderen Gesetze befolgten. Für das Gravitationsfeld hatte Einstein seine Gravitationsgleichungen entwickelt, die zusammen mit dem Bewegungsgesetz des Massenpunktes die gesamte Mechanik und Geometrie, also die Bewegung der Planeten, das Verhalten der metrischen Grundgebilde (Stäbe und Uhren), aber auch die Eigenschaften der Lichtbewegung (Lichtablenkung) bestimmten; für das elektrische Feld dagegen galten unverändert die Maxwell'schen Gleichungen weiter, so daß in der Doppelheit dieser beiden Gleichungssysteme die ganze Physik enthalten war, ohne daß zwischen beiden Systemen eine innere Beziehung bestand. Die letzten Gesetze der Natur zerfielen danach in zwei getrennte Gruppen; erst durch Angabe beider Gruppen konnte das Weltgeschehen in seiner Gesamtheit charakterisiert werden.

Darin lag eben das Unbefriedigende: daß es nicht gelungen war, den Prozeß der Verschmelzung, der so Großes für die Mechanik und Geometrie geleistet hatte, auf die Elektrodynamik auszudehnen. Das Bedürfnis, alles Naturgeschehen auf ein letztes, einheitliches Weltprinzip zurückzuführen, war an eine Schranke gestoßen; hatte es bis dahin seine größten Triumphe gefeiert, indem es von Stufe zu Stufe fortschritt, so schien es nunmehr auf der letzten Stufe stehen bleiben zu müssen — Elektrizität und Gravitation standen unvermittelt nebeneinander und es schien, als ob die Welt in zwei ge-

trennte Reiche zerspaltet, deren eines von Einstein, deren anderes von Maxwell regiert würde. Nun läßt sich zwar nicht bestreiten, daß dies ein logisch möglicher Zustand wäre; man kann nicht etwa a priori fordern, daß es ein letztes Weltgesetz gibt — aber gerade der theoretische Forscher wird nicht so leicht die Hoffnung aufgeben und wenigstens den Versuch machen, zu einem letzten Weltgesetz zu kommen. In der Tat hat dieses Problem seit etwa zehn Jahren eine Reihe von Forschern beschäftigt.

Der mathematisch geschulte Physiker hatte dabei noch ein ganz besonderes Verdachtsmoment, das auf einen Erfolg dieser Bemühungen hindeutete. Schon in der speziellen Relativitätstheorie, der älteren und einfacheren Lehre Einsteins, die das Gravitationsfeld noch nicht zu erfassen vermochte, hatte sich herausgestellt, daß die Maxwell'schen Gleichungen geradezu in idealer Weise in das mathematische Gebäude der Relativitätstheorie hineinpaßten. Sie erwiesen sich nämlich als invariant gegen die Lorentztransformation, d. h. sie befolgten von sich aus die von Einstein aus dem Gedanken der Relativität der Bewegung abgeleiteten Gesetze, und das war ja gerade einer der stärksten Gründe gewesen, den Einstein für die spezielle Relativitätstheorie geltend machen konnte. Der Gedanke der Relativität zeigte sich in der durch Einbeziehung der Zeit erweiterten Form, die Einstein ihm gab, in ausgezeichneter Übereinstimmung mit der Elektrodynamik Maxwells; nachdem es Einstein nun später gelungen war, aus dem Prinzip der Relativität der Bewegung eine Theorie der Gravitation herauszuholen, durfte man deshalb vermuten, daß auch diese Theorie mit der Maxwell'schen Elektrodynamik eine tiefere Verbindung besitzen mußte. Es bestand sozusagen eine zu nahe mathematische Verwandtschaft zwischen Gravitation und Elektrizität, als daß man nicht auch auf eine echte Blutsverwandtschaft, auf gemeinsame Voreltern, hätte schließen dürfen. Dennoch konnte dieser Gedanke nur ein Programm bedeuten, noch keine wirkliche Lösung des Problems.

Der erste, der einen bemerkenswerten Vorstoß in dieser Richtung tat, war der Mathematiker Weyl. Sein Verdienst ist es vor allem, den mathematischen Apparat entwickelt zu haben, mit dem von nun ab weiter gerechnet wurde. Die allgemeine Relativitätstheorie Einsteins hatte zu ihrer Durchführung der Riemannschen Geometrie bedurft, jener von dem Mathematiker Riemann vor fast 100 Jahren entwickelten Richtung der nichteuklidischen Geometrie, die an die Gauß'sche Flächentheorie anknüpft und durch ihre analytische Erfassung nichteuklidischer Begriffsbildungen für die physikalische Anwendung so besonders fruchtbar war. Man kann sagen, daß die allgemeine Lösung des Gravitationsproblems, wie Einstein sie fand, nicht möglich gewesen wäre ohne jene Vorarbeiten Riemanns; konnte Einstein doch seinen Grundgedanken von der Äquivalenz beschleunigter Bewegung mit einem Gravi-

tationsfeld erst dadurch exakten Ausdruck verleihen, daß er die Riemannsche Methode der Raummessung zugrunde legte und dadurch mathematische Begriffsbildungen fand, die er als Feldgrößen der Gravitation interpretieren durfte. Solche Überlegungen bestimmten Weyl, die Erweiterung der Relativitätstheorie dadurch zu versuchen, daß er den geometrischen Rahmen zunächst erweiterte und eine Geometrie suchte, die der Riemannschen noch an Inhaltsweite überlegen war.

Weyl bemerkte, daß die Riemannsche Geometrie eine spezielle Voraussetzung enthält: nach ihr sind zwei Maßstäbe, die in Nachbarnähe verglichen gleich groß sind, stets wieder gleich groß, wenn sie auf verschiedenen Wegen an einen andern Ort transportiert und dort verglichen werden. Er fragte sich, ob ein allgemeineres Verhältnis geometrisch zu erfassen sei, bei dem die Stäbe in Abhängigkeit vom Transportweg ihre Länge ändern, und er fand ein mathematisches Verfahren, welches diesen Fall zu formulieren gestattet¹⁾. Damit schuf er eine Erweiterung des Riemannschen Raumtyps, deren mathematische Bedeutung außer Zweifel stand — die er nun aber zugleich für das geschilderte physikalische Problem nutzbar zu machen versuchte.

Der Gedankengang war dabei etwa so: in der Riemannschen Geometrie dienen zur Charakterisierung der Geometrie zehn Koeffizienten $g_{\mu\nu}$, die sogenannten metrischen Koeffizienten des Linienelements, und Einstein hatte sie zur Charakterisierung des Gravitationsfeldes benutzt; damit aber war der Vorrat an Bestimmungsstücken erschöpft, und es waren infolgedessen keine weiteren geometrischen Größen mehr vorhanden, die man etwa zur Charakterisierung des elektrischen Feldes hätte benutzen können. Führt man aber jene Erweiterung des Riemannschen Raumbegriffs ein, so ergaben sich mathematische Bestimmungsstücke, die die Längenänderung des transportierten Stabes zum Ausdruck brachten; damit war aber die Möglichkeit eröffnet, jene weiteren geometrischen Bestimmungsstücke zur Charakterisierung des elektrischen Feldes zu benutzen. Es war also zunächst einmal wenigstens die Möglichkeit geschaffen worden, unter den geometrischen Parametern einige für die Charakterisierung der elektrischen Fundamentalgrößen — also der elektrischen Potentiale φ_μ , deren Ableitung ja wieder die Feldstärken mißt — frei zu machen.

Die weitere Entwicklung der Theorie hätte nun etwa so aussehen müssen: man hätte einen Einfluß des elektrischen Feldes auf transportierte Maßstäbe und Uhren vermuten müssen und die vereinigte Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität zu schaffen gehabt, in der das Gravitationsfeld $g_{\mu\nu}$ als Bestimmungsfaktor der Längen in einem Punkt, das elektrische Feld φ_μ dagegen als Bestimmungsfaktor der Längenänderung beim Transportweg auftritt. Aber eine derartige Theorie war nun leider aus physikalischen Gründen ganz ausgeschlossen, denn ein Einfluß des elektrischen Feldes auf transportierte Uhren²⁾ war, wie nachgewiesen werden konnte, nicht vorhanden. Man hatte also einen geome-

trischen Rahmen, der wohl zu einer einheitlichen Feldtheorie hätte führen können — der aber nicht anwendbar war, weil die Natur sich nicht nach ihm richtet.

Aber die Mathematiker gaben den neuen Gedanken trotzdem nicht auf. Wenn eine direkte physikalische Deutung des Weylschen Raumes nicht möglich war, so versuchten sie nunmehr einen indirekten Weg: sie sahen in dem Weylschen Raumtyp einen mathematischen Apparat, der die Mittel zu neuen mathematischen Operationen an die Hand gab und darum wenigstens formal eine Vereinigung der elektrischen mit den Gravitationsgleichungen eröffnete. Es wurde also der eigentlich geometrische Sinn des Weylschen Ansatzes ganz aufgegeben, und der erweiterte Raumtyp nur noch sozusagen im Sinne einer Rechenmaschine benutzt, von deren innerer Gesetzlichkeit man die Lösung eines Rätsels erwartete, dessen man mit direktem anschaulichem Denken nicht Herr zu werden vermochte. Wenn auch ein solches Verfahren für den anschaulich veranlagten Denker unbefriedigend erscheint, so scheint es doch in der modernen Wissenschaft eine Daseinsberechtigung zu besitzen; es ist in der Tat schon mehrfach vorgekommen, daß die Begriffs-Maschine, die der Mensch sich geschaffen hat, sozusagen klüger wird als ihr Schöpfer, daß sie automatisch das Resultat an den Tag bringt, welches der inhaltlich denkende Mensch nicht zu erraten vermochte. Bei der Schöpfung der allgemeinen Relativitätstheorie haben bereits derartige Tendenzen mitgespielt, wie wir oben schon andeuteten; und es darf vielleicht hier bemerkt werden, daß auch die moderne Quantenmechanik ihre Erfolge wesentlich der Einführung eines glücklichen Algorithmus verdankt. Die Leistung des Forschers besteht hier eben darin, mit glücklichem Griff denjenigen Algorithmus zu finden, der die Lösung in sich trägt; es ist weniger bewußtes Denken als instinktartiger Spürsinn, der auf diesem Wege hilft — freilich ohne eine gewisse Portion Glück auch noch nicht helfen kann.

Mehrere bedeutende Forscher haben in diesem Sinne die Weylsche Mathematik zu einer physikalischen Theorie auszubauen versucht, neben Weyl vor allen Dingen der englische Astronom Eddington, der die mathematischen Grundlagen noch wesentlich erweiterte, und auch Einstein selbst. Mehrmals bereits hat Einstein eine Lösung gefunden, von deren Geltung er überzeugt war; aber immer wieder hat er sie nach einiger Zeit aufgeben müssen. Die letzte Stufe auf diesem Wege stellt nun die neue Arbeit dar, die Einstein kürzlich der Akademie vorgelegt hat.

Auch diese Arbeit ist eine solche formale Verwendung des Weylschen Raumtyps, wie wir es geschildert haben. Der ideale Fall, in welchem der Elektrizität eine ähnliche unmittelbare und anschauliche geometrische Deutung zukommt wie der Gravitation, ist also auch hier nicht erreicht worden; vielmehr sind es ganz abstrakt mathematische Überlegungen über Invarianten im Weylschen Raum und die Möglichkeiten, aus ihnen Gleichungen abzuleiten, gewesen, die Einstein leiteten. Die neue Theorie hat deshalb einen sehr formalen Charakter, und all das Gewinnende, was sich für die allgemeine Relativitätstheorie vorbringen ließ, läßt sich hier einstweilen nicht sagen. Trotzdem wollen wir versuchen, in kurzen Worten den Inhalt des neuen Ansatzes zu kennzeichnen.

Der zugrunde gelegte Raumtyp unterscheidet sich vom Weylschen Raum dadurch, daß an der Unveränderlichkeit des Maßstabs beim Transport festgehalten wird; die Verallgemeinerung des Riemannschen Raumes wird in anderer Richtung vollzogen. Es

¹⁾ Eine ausführliche Darstellung des Weylschen Raumtyps ist vom Verfasser gegeben worden in Philosophie der Raum-Zeit-Lehre, de Gruyter, Berlin 1928, Anhang. Dort findet sich auch eine erkenntnistheoretische Kritik für das Problem einer geometrischen Deutung der Elektrizität. Ebenso muß für die Darstellung der Grundlagen der Relativitätstheorie auf diese Schrift verwiesen werden.

²⁾ Man denkt hier vor allem an die „Atomuhr“, d. h. das rotierende Elektronensystem des Atoms, dessen etwaige Frequenzänderung in den ausgesandten Spektrallinien zum Ausdruck kommt.

ist ja das allgemeine Kennzeichen des Riemannschen Raumes, daß er in infinitesimalen Gebieten in den euklidischen Raum übergeht, ähnlich wie eine krumme Fläche in der Nah-Umgebung eines Punktes sich nahezu wie eine Ebene verhält; für den neuen Einsteinschen Raum gilt dies zwar auch noch, aber bei gleicher Ausdehnung der Punktumgebung in geringerem Genauigkeitsgrade. Anders ausgedrückt: konstruiert man in einem infinitesimalen Gebiet des Riemannschen Raumes zwei Paar paralleler Vektoren von gleicher Länge, so werden sie sich in erster Ordnung zu einem Parallelogramm schließen; in dem neuen Einsteinschen Raum dagegen tun sie es schon in erster Ordnung nicht; es entsteht hier ein „offenes“ Parallelogramm. Andererseits dagegen bedeutet der neue Einsteinsche Raum einen spezielleren Fall als der Riemannsche Raum, weil in ihm Parallellinien für endliche Entfernungen existieren; es gibt also in diesem Raum so etwas wie „Richtungen“. Wir möchten hier allerdings darauf verzichten, eine genauere Charakterisierung dieses mathematisch interessanten Raumtyps zu geben, weil er für den physikalischen Gehalt der Theorie belanglos ist; besitzt er doch eben nur die Bedeutung der erwähnten Rechenmaschine. Anstatt dessen sei versucht, den physikalischen Gehalt der Theorie kurz zu schildern.

Das Wichtigste ist, daß jetzt eine Gleichung an die Spitze gestellt wird, aus der sich durch Ableitungsoperationen sowohl die Gravitationsgleichungen der bisherigen Relativitätstheorie als auch die Maxwell'schen Gleichungen ergeben. Das formale Ziel, beide Gleichungssysteme in einem zu verschmelzen, ist also erreicht. Man dürfte dem freilich nicht zu viel Gewicht beilegen, denn daß eine solche Verschmelzung auf formalem Wege erreichbar ist, hatte sich schon früher ergeben. Das Wichtigste ist vielmehr, daß dabei eine gewisse Verkettung beider Gleichungssysteme eintritt, derart, daß eine physikalische Abhängigkeit zwischen Elektrizität und Gravitation behauptet wird. Diese Abhängigkeit ist nur schwach; das muß auch so sein, denn nach bisheriger Experimentiergenauigkeit ist ja ein Einfluß elektrischer Ladungen auf Gravitationserscheinungen nicht bekannt. Erst feinere Experimente können diese Verkettung nachweisen — freilich ist die Theorie einstweilen noch gar nicht so weit gefördert, daß sich genau

erkennen ließe, was für Effekte hier eigentlich zu erwarten sind. Natürlich wäre es von größtem Wert, wenn es gelänge, durch diese abgeänderte Theorie von Elektrizität und Mechanik der Quantenerscheinungen Herr zu werden, in denen ja offensichtlich eine neue Mechanik und eine neue Elektrodynamik vorliegt; leider läßt sich darüber noch gar nichts aussagen, und auch Einstein selbst hat noch keinerlei Vermutung, ob die Lösung des Quantenrätsels auf diesem Wege gelingen wird.

Eine weitere wichtige Leistung der neuen Theorie besteht darin, daß sie die Möglichkeit eröffnet, auch innerhalb der Mechanik noch eine gewisse Verschmelzung zu vollziehen. Bisher stehen in der relativistischen Mechanik zwei getrennte Grundgesetze: neben den Gravitationsgleichungen steht unabhängig das Postulat, daß ein bewegter Massenpunkt auf einer kürzesten Linie läuft, jene Verallgemeinerung des Galileischen Trägheitsgesetzes also, durch welche Einstein Trägheitsbewegung und Gravitationsbewegung in ein geometrisches Gesetz des nichteuklidischen Raumes zusammenfassen konnte. Schon seit längerer Zeit verfolgt Einstein das Ziel, auch dieses Gesetz als eine mathematische Folgerung aus den Feldgleichungen nachzuweisen. In der neuen Theorie scheint ihm die Möglichkeit dazu eröffnet — wie dies mathematisch durchzuführen ist, kann er vorläufig nicht angeben.

Das ist für die gegenwärtige Situation überhaupt charakteristisch: es handelt sich hier nicht um eine fertige Theorie, wie es die allgemeine Relativitätstheorie war, als die Öffentlichkeit davon erfuhr, sondern zunächst nur um einen Ansatz, dessen genauere Durchrechnung noch bevorsteht. Gewisse mathematische Eigenschaften sprechen für die Bedeutung dieses Ansatzes; aber man wird mit dem endgültigen Urteil noch zurückhalten müssen, bis sich der physikalische Gehalt der neuen Idee übersehen läßt. Das stärkste Argument, das man gegenwärtig für die neue Theorie vorbringen kann, ist, daß Einstein selbst von ihrer Bedeutung überzeugt ist; gerade Einstein hat in seinen physikalischen Theorien die Gabe des richtigen Instinkts schon so oft bewiesen, daß man einen neuen Ansatz von ihm stets ernst zu nehmen hat und bis in seine letzten Konsequenzen durchdenken muß. Das endgültige Urteil aber wird erst die Zukunft sprechen. [A. 12.]

Untersuchungen über die Rauchgasschäden der Vegetation.

Von Prof. Dr. KURT NOACK.

(In Gemeinschaft mit Dr. O. Wehner und H. Griesmeyer.)

Botanisches Institut der Universität Erlangen.

(Eingeg. 3. Januar 1929.)

Vor einiger Zeit hat der Verfasser in dieser Zeitschrift¹⁾ die Wirkung kleinster Schwefeldioxydmengen auf die Vegetation auf Grund eigener Versuche dargestellt. Als Ausgangspunkt diente ihm die Feststellung, daß die bekannte Giftwirkung belichteter, fluoreszierender Farbstoffe, wie z. B. Eosin, in einem photooxydativen Angriff auf das Protoplasma beruht, und daß das Chlorophyll, das in der Pflanze infolge seiner adsorptiven Bindung an Eiweiß in monomolekularer Schicht²⁾ lebhaft rot fluoresziert, am Ort seines natürlichen Vorkommens dieselbe Wirkung ausübt, sobald seine photochemische Energie vom normalen Akzeptor, dem Kohlendioxyd, abgelenkt wird. Alle Maßnahmen, die bei wähernder Belichtung eine Ausschaltung der Kohlensäure bewirken, haben auf dem Weg einer physiologischen Freilegung der photochemischen Energie

des Chlorophylls Zelltod und Ausbleichen des Farbstoffs auf photooxydativem Weg unter meßbarem Sauerstoffverbrauch zur Folge. Wie Kohlensäureentzug wirkt in diesem Sinn Narkotisierung des hierfür besonders empfindlichen Assimilationsapparats oder auch Vergiftung mit kleinsten Mengen von Stoffen wie Schwefeldioxyd.

Während die Wirkung der Narkotica auf Oberflächen- d. h. Verdrängungserscheinungen zurückzuführen ist, muß der unmittelbare Angriffspunkt des Schwefeldioxyds im Eisen des Chloroplasten gesucht werden, das dort nachweisbar vorhanden ist und nach O. Warburg bei der Assimilation als Katalysator eine Rolle spielt, wie auch der Genannte die durch Cyanalkali und andere Stoffe bewirkbare Assimulationshemmung auf Abbindung des katalytischen Eisens zurückführt. Hierfür spricht auch die vom Verfasser³⁾ festgestellte Tatsache, daß die photooxydative Wirkung des

¹⁾ K. Noack, Ztschr. angew. Chem. 39, 302 [1926].

²⁾ K. Noack, Biochem. Ztschr. 183, 135 [1927].

³⁾ K. Noack, ebenda 183, 153 [1927].